

ΑΝΩΤΑΤΟ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΙΔΡΥΜΑ ΜΕΣΣΟΛΟΓΓΙΟΥ
ΣΧΟΛΗ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ & ΟΙΚΟΝΟΜΙΑΣ
ΤΜΗΜΑ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ ΣΤΗ
ΔΙΟΙΚΗΣΗ ΚΑΙ ΣΤΗΝ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑ

Οικονομετρία
Α εξεταστική περίοδος χειμερινού εξαμήνου 2004-2005

Διάρκεια εξέτασης 2 ώρες και 45 λεπτά

Θέματα

Θέμα 1

(α) Τα υποδείγματα που χρησιμοποιούνται στην οικονομική θεωρία ονομάζονται *ντετερμινιστικά* ενώ τα οικονομετρικά υποδείγματα ονομάζονται *στοχαστικά*. Δίνοντας ένα απλό παράδειγμα ντετερμινιστικού και στοχαστικού υποδείγματος, εξηγήστε τις βασικές διαφορές των δυο αυτών υποδειγμάτων. [1]

(β) Αναλύστε τους παράγοντες που καθιστούν αναγκαία την παρουσία της στοχαστικής μεταβλητής στα οικονομετρικά υποδείγματα. [1,5]

Θέμα 2

Εκτιμήστε τις παραμέτρους β_0 και β_1 του υποδείγματος της γραμμικής παλινδρομήσεως $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + u_i$ με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων. Αναφέρετε τη βασική ιδέα της μεθόδου και αποδείξτε πως καταλήγουμε στις ονομαζόμενες *κανονικές εξισώσεις*. Τέλος λύνοντας τις κανονικές εξισώσεις δώστε τις σχέσεις που μας προσδιορίζουν τους εκτιμητές $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1$ των παραμέτρων β_0, β_1 . [2,5]

Θέμα 3

Έστω

$$\hat{Y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_i$$

η γραμμή παλινδρομήσεως της Y στην X . Υπό ποιες προϋποθέσεις η γραμμή παλινδρομήσεως της X στην Y (η Y θεωρείται ανεξάρτητη μεταβλητή και η X εξαρτημένη μεταβλητή) δίνεται από την έκφραση:

$$\hat{X}_i = \frac{1}{\hat{\beta}_1} Y_i - \frac{\hat{\beta}_0}{\hat{\beta}_1}$$

Σημειώνεται ότι $\hat{\beta}_0 = \bar{Y} - \hat{\beta}_1 \bar{X}$, $\hat{\beta}_1 = \frac{S_{xy}}{S_{xx}}$, όπου $\bar{Y}, \bar{X}$ οι μέσες τιμές των Y και X

$$S_{xy} = \sum_i (Y_i - \bar{Y})(X_i - \bar{X}), \quad S_{xx} = \sum_i (X_i - \bar{X})^2 \quad \text{και} \quad R^2 = \frac{S_{xy}^2}{S_{xx} S_{yy}} \quad \text{ο συντελεστής}$$

προσδιορισμού. [2,5]

Θέμα 4

Θεωρείστε το υπόδειγμα της γραμμικής πολυμεταβλητής παλινδρομήσεως:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \dots + \beta_K X_{Ki} + u_i$$

Αναφέρετε και αναλύστε τις βασικές υποθέσεις του υποδείγματος που αφορούν τη συμπεριφορά της στοχαστικής μεταβλητής u , τις ερμηνευτικές μεταβλητές $X_1, X_2, \dots, X_K$ και τα στατιστικά στοιχεία που θα χρησιμοποιηθούν για την εκτίμηση του. [2,5]

Καλή επιτυχία

ΑΝΩΤΑΤΟ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΙΔΡΥΜΑ ΜΕΣΣΟΛΟΓΓΙΟΥ
ΣΧΟΛΗ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ & ΟΙΚΟΝΟΜΙΑΣ
ΤΜΗΜΑ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ ΣΤΗ
ΔΙΟΙΚΗΣΗ ΚΑΙ ΣΤΗΝ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑ

Οικονομετρία

B εξεταστική περίοδος χειμερινού εξαμήνου 2004-2005

Εισηγητής: Χαράλαμπος Σκόκος

Διάρκεια εξέτασης 2 ώρες και 45 λεπτά

Θέμα 1

(α) Έστω το υπόδειγμα $Y=F(X_1, X_2, \dots, X_k, u)$, όπου Y η εξαρτημένη μεταβλητή, $X_1, X_2, \dots, X_k$ οι ερμηνευτικές μεταβλητές και u ο διαταρακτικός όρος. Πότε το υπόδειγμα ονομάζεται γραμμικό ως προς τις μεταβλητές και πότε γραμμικό και προσθετικό ως προς τις μεταβλητές; [1]

(β) Να εξετάσετε αν το υπόδειγμα

$$Y=3X_1X_2-8+u$$

είναι γραμμικό ως προς τις μεταβλητές X_1, X_2 . Είναι το υπόδειγμα προσθετικό ως προς τις μεταβλητές X_1, X_2 ; [1]

Θέμα 2

(α) Σε ένα οικονομετρικό υπόδειγμα μιας εξίσωσης ποια ονομάζεται εξαρτημένη μεταβλητή και ποια η ανεξάρτητη ή ερμηνευτική μεταβλητή; Δώστε ένα συγκεκριμένο παράδειγμα στο οποίο θα αναφέρετε ποια είναι η εξαρτημένη και η ανεξάρτητη μεταβλητή. [1]

(β) Είναι δυνατόν σε ένα οικονομετρικό υπόδειγμα να αλλάξουν ρόλους η εξαρτημένη και η ανεξάρτητη μεταβλητή; Δικαιολογήστε την απάντησή σας. [1]

Θέμα 3

(α) Έστω

$$Y_i=\beta_0+\beta_1X_i+u_i$$

η οικονομετρική μορφή της γραμμικής σχέσης που υποθέτουμε ότι συνδέει τις μεταβλητές Y και X . Θεωρώντας ότι ισχύουν οι υποθέσεις του υποδείγματος της κλασικής γραμμικής παλινδρομώσεως να δείξετε ότι ο μέσος $E(Y_i)$ και η διακύμανση $Var(Y_i)$ της Y δίνονται από τις σχέσεις

$$E(Y_i)=\beta_0+\beta_1X_i, \quad Var(Y_i)=\sigma^2$$

όπου σ^2 η διακύμανση της τυχαίας μεταβλητής u_i . [1]

(β) Τι ονομάζουμε γραμμή παλινδρομώσεως στον πληθυσμό και τι γραμμή παλινδρομώσεως στο δείγμα; Τι ονομάζεται κατάλοιπο ή απόκλιση $\hat{u}_i$; [1]

Θέμα 4

Έστω ότι η καθαρή επένδυση (Y) και η μεταβολή στις πωλήσεις (X) συνδέονται με τη σχέση $Y=\beta_0+\beta_1X+u$. Ένα τυχαίο δείγμα από 5 επιχειρήσεις έδωσε τα παρακάτω αποτελέσματα (οι τιμές είναι σε χιλιάδες ευρώ)

Y	10	24	41	14	6
X	30	20	70	50	-20

α) Να αποδειχθεί ότι $\sum_{i=1}^N (Y_i - \bar{Y})^2 = \sum_{i=1}^N Y_i^2 - N\bar{Y}^2$. [0,5]

β) Να εκτιμηθούν οι παράμετροι β_0, β_1 με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων. [1]

γ) Εκτιμήστε το επίπεδο των επενδύσεων αν οι πωλήσεις αυξηθούν κατά δέκα χιλιάδες ευρώ. [0,5]

δ) Αν υποθέσουμε ότι η τυχαία μεταβλητή u ακολουθεί την κανονική κατανομή να ελεγχθεί η υπόθεση $\beta_1=0$, έναντι της εναλλακτικής $\beta_1>0$ σε επίπεδο σημαντικότητας 5%. Τι συμπέρασμα βγάξετε για τη σχέση ανάμεσα στις επενδύσεις και στη μεταβολή των πωλήσεων; [1,5]

ε) Να υπολογίσετε το συντελεστή προσδιορισμού. Η τιμή του συμφωνεί με το αποτέλεσμα της ερώτησης δ; [0,5]

Σημειώνεται ότι $\text{Var}(\hat{\beta}_1) = \frac{\sigma^2}{S_{xx}}$ και ότι ένας αμερόληπτος εκτιμητής της διακύμανσης σ^2

δίνεται από τη σχέση $S^2 = \frac{S_{yy} - \hat{\beta}_1 S_{xy}}{N-2}$.

Δίνεται επίσης ο πίνακας τιμών της κατανομής t (v = βαθμοί ελευθερίας):

v	$\alpha=0,10$	$\alpha=0,05$	$\alpha=0,025$
3	1,638	2,353	3,182
4	1,533	2,132	2,776
5	1,476	2,015	2,571
6	1,440	1,943	2,447
7	1,415	1,895	2,365

Καλή επιτυχία

ΑΝΩΤΑΤΟ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΙΔΡΥΜΑ ΜΕΣΣΟΛΟΓΓΙΟΥ
ΣΧΟΛΗ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ & ΟΙΚΟΝΟΜΙΑΣ
ΤΜΗΜΑ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ ΣΤΗ
ΔΙΟΙΚΗΣΗ ΚΑΙ ΣΤΗΝ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑ

Οικονομετρία

Α εξεταστική περίοδος εαρινού εξαμήνου 2004-2005

Εισηγητής: Χαράλαμπος Σκόκος

Διάρκεια εξέτασης 2 ώρες και 30 λεπτά

Θέμα 1 [1,5 μονάδες]

(α) Έστω το υπόδειγμα $Y=F(X_1, X_2, \dots, X_k, u)$, όπου Y η εξαρτημένη μεταβλητή, $X_1, X_2, \dots, X_k$ οι ερμηνευτικές μεταβλητές και u ο διαταρακτικός όρος. Πότε το υπόδειγμα ονομάζεται γραμμικό και προσθετικό ως προς τις μεταβλητές; [0,5]

(β) Να εξετάσετε αν τα ακόλουθα υποδείγματα

$$Y = 5,4 - 7X_1 - 3X_1X_2 + u \quad Y = -6X_2 + 8 + 5,3X_1 + u$$

είναι γραμμικά και προσθετικά ως προς τις μεταβλητές. [1]

Θέμα 2 [4,5 μονάδες]

Έστω $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + u_i$ η οικονομετρική μορφή της γραμμικής σχέσης που υποθέτουμε ότι συνδέει τις μεταβλητές Y και X .

(α) Να δείξετε ότι οι σχέσεις:

$$\sum_i^N \hat{u}_i = 0, \quad \sum_i^N X_i \hat{u}_i = 0,$$

όπου $\hat{u}_i$ τα κατάλοιπα, αποτελούν μια άλλη μορφή των κανονικών εξισώσεων. [2]

(β) Τι ονομάζουμε μεταβλητικότητα της ερμηνευόμενης μεταβλητής Y ; Τι ονομάζεται συντελεστής προσδιορισμού R^2 και τι τιμές μπορεί να πάρει; [0,5]

(γ) Να αποδείξετε ότι:

$$R^2 = \frac{S_{xy}^2}{S_{xx}S_{yy}}$$

(Σημείωση: Γράψτε τον ορισμό του R^2 , δείξτε ότι $\sum_i^N (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2 = \hat{\beta}_1^2 S_{xx}$ και στη συνέχεια αποδείξτε το ζητούμενο). [2]

Θέμα 3 [4 μονάδες]

Έστω ότι η ζήτηση (Y) ενός αγαθού A είναι γραμμική συνάρτηση της τιμής του (X_1) και της τιμής (X_2) ενός υποκατάστατου αγαθού B . Δηλαδή, η συνάρτηση ζήτησης είναι:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + u.$$

Στον πίνακα που ακολουθεί αναγράφονται οι παρατηρήσεις για τη ζήτηση του αγαθού A και οι αντίστοιχες τιμές των αγαθών A και B , σε κατάλληλες μονάδες:

Y	100	82	95	87	86
X₁	13	15	13,5	14	14,5
X₂	8	6,5	7,5	6	7

(α) Να γραφούν οι κανονικές εξισώσεις για το συγκεκριμένο υπόδειγμα, που προκύπτουν από τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων. [1]

(β) Να εκτιμηθούν οι παράμετροι $\beta_0, \beta_1, \beta_2$ με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων. [2,5]

(γ) Σχολιάστε τη σημασία των προσήμων των εκτιμητών $\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2$ που βρήκατε στο ερώτημα (β). [0,5]

Καλή επιτυχία

ΑΝΩΤΑΤΟ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΙΔΡΥΜΑ ΜΕΣΣΟΛΟΓΓΙΟΥ
ΣΧΟΛΗ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ & ΟΙΚΟΝΟΜΙΑΣ
ΤΜΗΜΑ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ ΣΤΗ
ΔΙΟΙΚΗΣΗ ΚΑΙ ΣΤΗΝ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑ

Οικονομετρία
 Β εξεταστική περίοδος εαρινού εξαμήνου 2004-2005
 Εισηγητής: Χαράλαμπος Σκόκος
Διάρκεια εξέτασης 2 ώρες

Θέμα 1 [1,5 μονάδες]

Να δικαιολογήσετε αν τα ακόλουθα υποδείγματα

$$Y = 7X_1 + X_3 - 3X_2X_3 + u$$

$$Y = -X_2 + \sqrt{8} X_3 + 5,3X_1 + u$$

$$Y = 7X_1^2 + 5X_2 - X_1 + u$$

είναι γραμμικά και προσθετικά ως προς τις μεταβλητές τους.

Θέμα 2 [3 μονάδες]

Έστω $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + u_i$ η οικονομετρική μορφή της γραμμικής σχέσης που υποθέτουμε ότι συνδέει τις μεταβλητές Y και X , και $\hat{Y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_i$ η γραμμή παλινδρομήσεως της Y στην X που προκύπτει από τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων.

(α) Να γραφούν οι κανονικές εξισώσεις για το συγκεκριμένο υπόδειγμα. [1]

(β) Να δείξετε ότι η γραμμή παλινδρόμησης του δείγματος περνάει από το σημείο που ορίζεται από την μέση τιμή των Y και X . [1]

(γ) Να δείξετε ότι το άθροισμα των τιμών της Y από το δείγμα είναι ίσο με το άθροισμα των τιμών που υπολογίζουμε από την παλινδρόμηση ($\sum Y = \sum \hat{Y}$). [1]

Θέμα 3 [2,5 μονάδες]

Για τον προσδιορισμό της σχέσης του παραγόμενου έργου Y ως συνάρτηση των εργατοωρών X εξετάστηκε η συμπεριφορά 15 εργατών. Από την επεξεργασία των δεδομένων έχουμε

$$\sum X = 120, \sum Y = 144, \sum X^2 = 1002, \sum Y^2 = 1428, \sum XY = 1183,5.$$

Να προσδιορίσετε την ευθεία παλινδρόμησης με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων.

Θέμα 4 [3 μονάδες]

Έστω ότι η καθαρή επένδυση (Y) και η μεταβολή στις πωλήσεις (X) συνδέονται με τη σχέση $Y = \beta_0 + \beta_1 X + u$. Η μελέτη ενός δείγματος από 12 επιχειρήσεις έδωσε τις ακόλουθες εκτιμήσεις για τον συντελεστή β_1 και τη διακύμανση του: $\hat{\beta}_1 = 0.55$, $\hat{\sigma}_{\beta_1} = 0.22$. Να ελεγχθούν σε επίπεδο σημαντικότητας 5%

(α) η υπόθεση $\beta_1 = 0$, έναντι της εναλλακτικής $\beta_1 \neq 0$, και [1,5]

(β) η υπόθεση $\beta_1 = 0.5$, έναντι της εναλλακτικής $\beta_1 > 0.5$ [1,5]

Δίνεται επίσης ο πίνακας τιμών της κατανομής t (v = βαθμοί ελευθερίας):

v	$\alpha=0,10$	$\alpha=0,05$	$\alpha=0,025$
10	1,372	1,812	2,228
11	1,363	1,796	2,201
12	1,356	1,782	2,179
13	1,350	1,771	2,160
14	1,345	1,761	2,145

Καλή επιτυχία